

О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ РОСТА ДОХОДА ПРИ ЭКСТЕНСИВНОМ ПУТИ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

Е.С. Боголюбская-Синякова, Б.С. Калитин*

В работе формулируются критерии роста доходности предприятия при расширенном производстве объема выпуска и реализации продукции. Результаты получены на основе исследования математической модели выручки, с учетом следующих параметров: цена, объем продаж, коэффициент увеличения объема продаж, темп роста инфляции, эластичность спроса по цене, коэффициент издержек расширенного производства. Установлены необходимые и достаточные условия относительно параметров модели, на основе которых сформулированы закономерность роста выручки предприятия и принцип максимизации выручки. Изучена динамика оптимальной выручки в зависимости от параметров модели и дана графическая иллюстрация. Приведены численные примеры эффективности установленных критериев доходности.

Ключевые слова: объем продаж, цена, выручка, эластичность, инфляция.

JEL-классификация: C02, C65.

Материал поступил 19.02.2020 г.

Вопрос выбора пути развития производства возникает у любого предприятия на протяжении всего периода его хозяйственной деятельности. Обычно на первых этапах функционирования фирмы предприниматель выбирает экстенсивный путь развития производства, который является наиболее простым и менее затратным по сравнению с интенсивным и представляет собой «способ увеличения объемов производства за счет количественных факторов экономического роста: дополнительного привлечения рабочей силы, расширения посевных площадей, увеличения добычи сырья, строительства новых объектов»¹.

В некоторых исследованиях отмечается проблема разграничения экстенсивного и интенсивного путей развития производства. Так, например, Дахдуева (2011) предлагает методику количественного разграничения экстенсивного и интенсивного путей развития. В ее основе лежит предполо-

жение о влиянии на однофакторные и многофакторные показатели эффективности производства (например, производительность труда) как экстенсивных, так и интенсивных факторов развития. Решение о преобладании конкретного пути развития принимается на основе того, за счет каких факторов (интенсивных или экстенсивных) получен наибольший прирост всех показателей эффективности производства. В работе Овчинниковой и Курбанова (2017) изучается вклад экстенсивных и интенсивных факторов в прирост объемов производства. Ряд работ посвящен теоретическому исследованию ограничений экстенсивного пути развития в конкретных отраслях экономики, например, в аграрном секторе (Хапаев, 2013; Хункаров, 2003). Однако за рамками названных исследований остается ряд неизученных экономических явлений, отражающих в количественном и в качественном отношении важность потенциального выигрыша предпринимателя от перехода к экстенсивному пути развития производства.

¹ Райзберг Б.А., Лозовский Л.Ш., Стародубцева Е.Б. 2011. *Современный экономический словарь*. Москва: ИНФРА-М

* **Боголюбская-Синякова Екатерина Сергеевна** (katya_bglb@mail.ru), Белорусский государственный университет (г. Минск, Беларусь);

Калитин Борис Сергеевич (kalitine@yandex.by), кандидат физико-математических наук, доцент, Белорусский государственный университет (г. Минск, Беларусь).

Настоящее исследование простого наращивания объемов производства выясняет основополагающие характеристики выгоды для предпринимателя в решении перехода к ЭПР. По нашему мнению, ответ на такой вопрос может дать построение и всестороннее изучение экономико-математической модели выручки R_1 предприятия, практикующего экстенсивный путь развития экономики (ЭПР). Такая модель строится в следующих предположениях²:

- изначально предприниматель продает на рынке за определенный период времени q единиц товара по цене p за одну единицу. В результате первоначальная выручка от реализации товара равна qp денежных единиц;

- в конце наблюдаемого периода времени имеет место естественная инфляция в размере σ ($\sigma > 0$) денежных единиц за единицу продукции. Определим данную величину как фоновую инфляцию в рассматриваемый период времени, связанную с внешними факторами (рост цен на энергоресурсы, сырье, транспортные расходы, необходимые дополнительные услуги и т. д.). Фоновая инфляция не влечет изменений величины объема продаж (правительство нивелирует воздействие инфляции на потребительский спрос, например, используя индексацию зарплат и т. п.);

- в наблюдаемом периоде времени предприниматель имеет возможность нарастить производство и реализацию своей продукции до значения $q_1 = q + \Delta q$, где $\Delta q > 0$ – величина изменения объема продаж. В случае выбора альтернативы увеличения производства, цена в соответствии с законами рынка станет равной p_1 , где $p_1 \leq p$, а с учетом фоновой инфляции новая цена составит $p_1 + \sigma$ за единицу товара.

В дальнейшем, если не оговорено противное, речь пойдет только о величинах, соответствующих концу периода времени наблюдения.

В рамках наращивания объемов реализуемой продукции новая выручка согласно исследованиям³ имеет вид:

$$R_1 = qp(1 + Ak_q) \left(K_p - \frac{k_q}{e} \right), \quad (1)$$

где q – первоначальное количество единиц реализуемого товара на рынке за определенный период времени;

p – первоначальная цена товара;

$k_q = \Delta q / q$, $k_q > 0$ – коэффициент увеличения объема продаж (или параметр управления в ЭПР);

$K_p = 1 + \sigma / p = 1 + k_p$, $K_p > 1$ – темп роста цены в рассматриваемом периоде времени, а k_p – уровень инфляции; $e > 0$ – абсолютная величина коэффициента эластичности спроса по цене; $A = 1 - a$, $0 < A < 1$, где a – коэффициент издержек расширенного производства и продажи, удовлетворяющий условию $0 < a < 1$.

Учитывая все включенные в модель параметры, в данном случае термин «выручка» используется не в классическом понимании как денежные средства, полученные предприятием от

² Боголюбская-Синякова Е.С., Калитин Б.С. 2017. Об экстенсивном методе производства и торговли. *Экономика, моделирование, прогнозирование*. № 11. С. 159–167; Bahaliubskaya-Siniakova K.S., Kalitine B.S. 2019. On the possibility of state regulation in the extensive path of development of production. *Journal of the Belarusian State University. Economics*. No 1. PP. 36–45; Kalitine B.S., Bahaliubskaya-Siniakova K.S. 2017. The dynamics of the enterprise's income in the extensive method of development. *Journal of the Belarusian State University. Economics*. No 2. PP. 16–24.

³ Боголюбская-Синякова Е.С., Калитин Б.С. 2017. Об экстенсивном методе производства и торговли. *Экономика, моделирование, прогнозирование*. № 11. С. 159–167.

продажи товаров и услуг, а как некий показатель, который отражает объем вырученных фирмой денежных средств в случае перехода к простому наращиванию производства и учитывает как масштаб наращивания, так и связанные с этим издержки.

Изучим возможность выгоды от наращивания производства и продажи продукции предпринимателем и исследуем при этом его риск возможных потерь и просчетов.

Закономерность роста выручки ЭПР

В дополнение к модели⁴ дадим пояснение относительно коэффициента издержек a . Известно, что при расширенном производстве и продаже продукции, затраты на изготовление для каждой из Δq дополнительных единиц к исходному выпуску q отражаются на себестоимости продукции. Следовательно, предприниматель несет дополнительные расходы, которые можно учесть при подсчете общей выручки как затраты, следующим образом. Дополнительную, скорректированную с учетом неизбежных потерь выручку от реализации Δq единиц определим величиной $\Delta q(p_1 + \sigma)(1 - a)$, где a – некоторый коэффициент, подчиненный условию $0 < a < 1$, а $(p_1 + \sigma)$ – цена реализации с учетом инфляции и закона спроса. Такой подход к оценке потерь в выручке от дополнительных расходов означает, что чем больше коэффициент a , тем больше потери. В частности, предельный случай $a = 0$ означает, что потери отсутствуют и реализация Δq дополнительных единиц осуществляется по той же цене $(p_1 + \sigma)$; если рассматривается предельный случай $a = 1$, то издержки не позволяют увеличить выручку, т. е. нет смысла использовать ЭПР. Таким образом, введенный параметр a с условием $0 < a < 1$ задает в определенном смысле некоторую шкалу измерения издержек в выражении для выручки, которая охватывает все теоретически возможные ситуации. Такое новое понятие позволит качественно оценить показатель изменения выручки в зависимости от изменений издержек производителя.

В работе⁵ приведены также условия увеличения выручки, которые основываются на разумном подходе предпринимателя к использованию ЭПР, а именно, осуществить его желаемую цель увеличения выручки. Дополняя эти условия оговоренными в модели экономическими требованиями, получим систему неравенств

$$\begin{cases} eK_p - \frac{1}{A} > 0, \\ 0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A}, \\ K_p > 1, \\ 0 < A < 1 \end{cases} \quad (2)$$

которая в совокупности дает *необходимые и достаточные условия роста выручки при ЭПР*.

Отметим, что неравенства (2) определяют, в частности, ограничение на управляющий предпринимателем параметр k_q , и поэтому являются фундаментальным свойством ведения бизнеса при ЭПР, заслуживающим пристального внимания для изучения.

⁴ Там же.

⁵ Там же.

Другими словами, условие (2) можно трактовать, как *закономерность роста выручки ЭПР*, который в конечном итоге предоставляет руководителю предприятия главный критерий принятия решения для увеличения прибыли.

Следствия закономерности роста выручки ЭПР

В каждом из следующих ниже подразделов статьи поясним экономический смысл ограничений (2) применительно к используемым параметрам. На этом пути в качестве следствия определим области допустимых значений для каждого из параметров k_q , A , e и K_p модели (1) и тем самым представим закономерность роста выручки на языке каждого из параметров, участвующих в построении модели. Для этого будем использовать широко применяемую в экономике идею изучения выражения выручки, как функцию от одной из переменных, при фиксировании остальных параметров модели, т. е. при прочих равных условиях.

Ограничения на параметр эластичности спроса e . Пусть параметры k_q , A и K_p фиксированы, и в соответствии с (2) примем $K_p > 1$, $0 < A < 1$. Опираясь на представление (1), рассмотрим функцию

$$R_1(e) = qp \left(1 + Ak_q\right) \left(K_p - \frac{k_q}{e}\right). \quad (3)$$

Она является функцией типа обратной пропорциональной зависимости. Для нее первые два неравенства системы (2) определяет область допустимых значений относительно переменной e . А именно, используя (2), можно записать равносильные системы неравенств

$$\begin{cases} eK_p - \frac{1}{A} > 0, \\ 0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e > \frac{1}{AK_p}, \\ e > \frac{1}{AK_p} + \frac{k_q}{K_p}. \end{cases}$$

Отсюда ясно, что множество допустимых значений переменной e для функции (3) определяется одним неравенством

$$e > \frac{1}{AK_p} + \frac{k_q}{K_p}. \quad (4)$$

Неравенство (4) дает вывод о том, что успех бизнеса при использовании ЭПР касается лишь тех, реализуемых на рынке товаров, у которых абсолютная величина коэффициента ценовой эластичности спроса e не может быть как угодно малой. При этом указывается точная нижняя пороговая граница $e = \underline{e}$, где

$$\underline{e} = \frac{k_q}{K_p} + \frac{1}{AK_p} = \frac{Ak_q + 1}{AK_p}.$$

Следовательно, руководителю предприятия невыгодно использовать ЭПР для тех товаров, для которых выполняется противоположное (4) неравенство относительно коэффициента эластичности e , а именно когда $0 < e \leq (Ak_q + 1) / AK_p$.

Ограничения на параметр управления k_q . Рассмотрим (1) как функцию $R_1(k_q)$ переменной коэффициента увеличения объема продаж k_q , при фиксированных параметрах A , e и K_p . Здесь,

в соответствии с условием (2), имеем следующие ограничения: $eAK_p > 1$, $0 < A < 1$, $K_p > 1$. $R_1(k_q)$ – это квадратичная функция. Для нее второе неравенство системы (2), а именно

$$0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A} \quad (5)$$

определяет множество допустимых значений переменной управления k_q . Из (5) ясно, что k_q не может быть как угодно большим, иначе нарушится желаемое бизнесменом свойство роста выручки. При этом можно указать точную верхнюю границу $k_q = \bar{k}_q$, где

$$\bar{k}_q = eK_p - \frac{1}{A}. \quad (6)$$

Формулы (2) и (5) можно использовать и как рекомендации, и как предостережения при выборе гарантированного способа увеличения выручки ЭПР.

В дальнейших рассуждениях будем исходить из того, что каждый руководитель предприятия практикует политику разумного поведения, т. е. предпочитает рост прибыли (в результате увеличения выручки при переходе к ЭПР), и поэтому его будет интересовать только такое направление теоретических исследований. Именно по этой причине нас также будет интересовать только случай выполнения системы неравенств (2), которую мы примем, как *закономерность роста выручки ЭПР*.

Пример. Полученные области изменения параметров модели (1) позволяют представить график функции R_1 в трехмерном пространстве по переменным k_q и e при фиксированных значениях $0 < A < 1$ и $K_p > 1$.

Для демонстрации графика выберем приемлемые величины $a = 0,2$ ($A = 0,8$) и $k_p = 0,05$ ($K_p = 1,05$). На практике чаще всего предприятие не имеет возможности в короткий срок увеличить объемы производства на значительную величину, например в 5 или 10 раз. Поэтому положим, что фирма может нарастить объемы своего производства максимум на 100% от первоначальных размеров, т. е. в 2 раза. Следовательно, в данном случае примем: $\Delta q = q$, а максимальная величина коэффициента увеличения объема продаж равна $k_{q \max} = q / q = 1$. Кроме того, максимально возможное значение абсолютной величины коэффициента ценовой эластичности спроса $e_{\max} = 10$. Поскольку в формуле выручки произведение qp участвует лишь как множитель, то для простоты представления графика положим $q = p = 1$. Тогда функция от двух переменных $R_1 = R_1(k_q, e)$ запишется в виде:

$$R_1 = \left(1 + 0,8k_q\right) \left(1,05 - \frac{k_q}{e}\right), k_q \in (0; 1], e \in (0; 10].$$

В рамках установленных ограничений переход предпринимателя к ЭПР будет выигрышным лишь при соблюдении условий (4) и (5), а именно:

$$0 < k_q < 1,05e - \frac{1}{0,8}, e > \frac{1}{0,8 \cdot 1,05} + \frac{k_q}{1,05}.$$

Для таких ограничений на рис. 1 представлен график функции $R_1(k_q, e)$, полученный при помощи программы Wolfram Mathematica 10.0. На графике по вертикальной оси отражена величина выручки R_1 , а по горизонтальным осям – параметры $e \in (0; 10]$ и $k_q \in (0; 1]$.

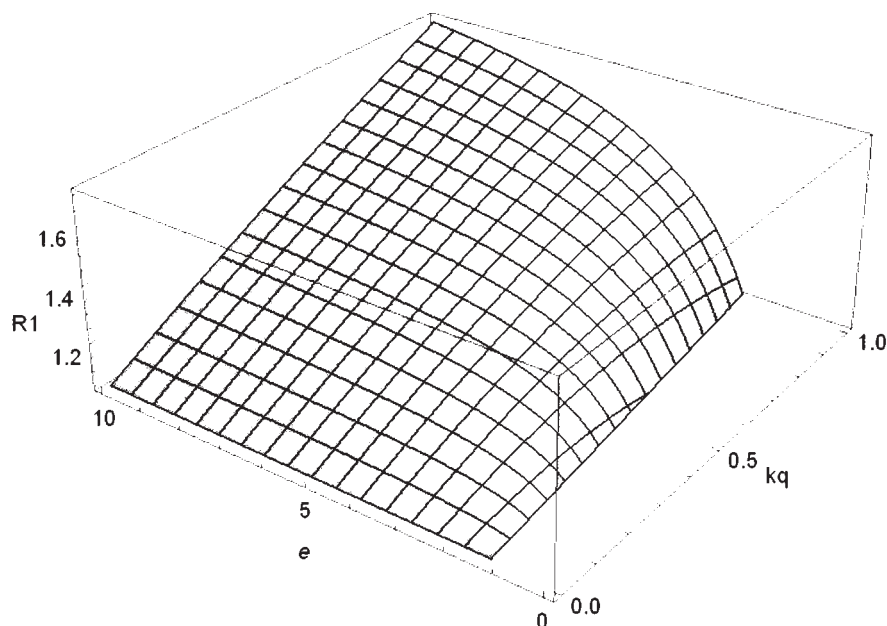


Рис. 1. График функции выручки $R_1(k_q, e)$ в случае ЭПР

Источник. Авторская разработка.

На основании графика можно сделать вывод, что для получения выгоды от перехода к ЭПР величина эластичности спроса должна быть больше 1, то есть товар должен быть эластичен. Кроме того, при фиксированном значении коэффициента эластичности e наращивание объемов производства, т. е. рост k_q , приносит предпринимателю наиболее стремительное увеличение выручки при относительно высоких значениях e (в данном примере при $e \rightarrow 10$).

Ограничения на параметр издержек a . Опираясь на представление (1), рассмотрим функцию

$$R_1(a) = qp \left(1 + (1-a)k_q \right) \left(K_p - \frac{k_q}{e} \right), \quad (7)$$

зависящую от переменной коэффициента издержек $a = 1 - A$, при фиксированных параметрах $k_q > 0$, $e > 0$ и $K_p > 1$. Функция (7) линейная с отрицательным угловым коэффициентом и, следовательно, такая функция строго монотонно убывает. В соответствии с (2) ее область определения задается условиями

$$\begin{cases} eK_p - \frac{1}{A} > 0, \\ 0 < A < 1, \\ 0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A} \end{cases} \quad (8)$$

Для определения области допустимых значений аргумента функции (7) предварительно выведем из (8) следующее вспомогательное неравенство:

$$eK_p > k_q + \frac{1}{A} \Rightarrow eK_p > k_q \Leftrightarrow eK_p - k_q > 0. \quad (9)$$

Опираясь на это, из (8) можем записать последовательность соотношений:

$$\begin{cases} eK_p - \frac{1}{A} > 0, \\ 0 < A < 1, \\ 0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A > \frac{1}{eK_p}, \\ 0 < A < 1, \\ \frac{1}{A} < eK_p - k_q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A > \frac{1}{eK_p}, \\ 0 < A < 1, \\ A > \frac{1}{eK_p - k_q} \end{cases}.$$

Последнее в совокупности с неравенством (9) дает равносильное условие в виде двойного неравенства

$$\frac{1}{eK_p - k_q} < A < 1.$$

Теперь, используя обозначение $A = 1 - a$, $0 < a < 1$, можем продолжить выводы. Имеем:

$$\frac{1}{eK_p - k_q} < 1 - a < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{eK_p - k_q} - 1 < -a < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 - \frac{1}{eK_p - k_q}, \\ 1 - \frac{1}{eK_p - k_q} > 0 \end{cases}.$$

В результате приходим к условиям

$$\begin{cases} 0 < a < 1 - \frac{1}{eK_p - k_q}, \\ eK_p - k_q > 1 \end{cases}$$

которые задают область определения функции $R_1(a)$.

Таким образом, закономерность роста выручки ЭПР предопределяет также и ограничения на коэффициент издержек. То есть рост выручки возможен лишь для издержек на дополнительный выпуск продукции, не превышающих значение $a = \bar{a}$, $0 < \bar{a} < 1$, где

$$\bar{a} = 1 - \frac{1}{eK_p - k_q} = \frac{eK_p - k_q - 1}{eK_p - k_q}.$$

Ограничения на темп роста инфляции K_p . Пусть в формуле выручки (1) параметры k_q , A , e фиксированы, причем $0 < A < 1$. В соответствии с (1) рассмотрим линейную функцию

$$R_1(K_p) = qp \left(1 + Ak_q \right) \left(K_p - \frac{k_q}{e} \right).$$

Установим ее область определения. Из закономерности роста выручки ЭПР (2) имеем последовательность равносильных систем неравенств:

$$\begin{cases} eK_p - \frac{1}{A} > 0, \\ K_p > 1, \\ 0 < k_q < eK_p - \frac{1}{A} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_p > \frac{1}{Ae}, \\ K_p > 1, \\ K_p > \frac{1}{Ae} + \frac{k_q}{e} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_p > 1, \\ K_p > \frac{1}{Ae} + \frac{k_q}{e} \end{cases}. \quad (10)$$

Упростим ограничения (10). Для этого заметим, что в зависимости от величины

$$\underline{K}_p = \frac{k_q}{e} + \frac{1}{Ae} = \frac{Ak_q + 1}{Ae}$$

правая часть второго неравенства (10) может быть как больше единицы, так и меньше. Поэтому с учетом второго неравенства в системе (10) нам придется рассмотреть два случая.

1) Пусть имеет место неравенство

$$\underline{K}_p = \frac{k_q}{e} + \frac{1}{Ae} > 1, \quad 0 < A < 1.$$

Тогда система (10) равносильна условиям

$$1 < \frac{k_q}{e} + \frac{1}{Ae} < \underline{K}_p, \quad 0 < A < 1. \quad (11)$$

2) Пусть теперь имеет место неравенство

$$\underline{K}_p = \frac{k_q}{e} + \frac{1}{Ae} < 1, \quad 0 < A < 1.$$

Тогда система неравенств (10) равносильна системе

$$\begin{cases} K_p > 1, \\ \frac{k_q}{e} + \frac{1}{Ae} < 1, \end{cases} \quad 0 < A < 1. \quad (12)$$

Полученные условия (11) и (12) на темп роста инфляции K_p означают, что этот параметр, хотя и вступает во взаимозависимость со всеми остальными параметрами модели, но не является существенно ограничительным для показателя роста выручки предпринимателя, поскольку он не зависит от функционирования предприятия. В частности, рост выручки возможен и при отсутствии инфляции, а именно когда $K_p = 1$.

Принцип максимизации выручки ЭПР

С учетом формулы (1) и условия (5) определим квадратичную функцию

$$R_1(x) = \frac{qp}{e}(1 + Ax)(eK_p - x), \quad 0 < x < eK_p - \frac{1}{A}, \quad (13)$$

где положено $x = k_q > 0$ и предполагаются неравенства: $K_p > 1$, $0 < A < 1$, $eK_p - 1/A > 0$.

Изучим свойства функции (13). С этой целью запишем функцию выручки $R_1(x)$ в измененной форме, произведя умножение скобок. Имеем:

$$R_1(x) = \frac{qp}{e}(-Ax^2 + (eAK_p - 1)x + eK_p). \quad (14)$$

Корни x_1 и x_2 функции (14) очевидно совпадают с корнями исходной функции (13) и поэтому

$$x_1 = -\frac{1}{A}, \quad x_2 = eK_p.$$

Первый корень $x = x_1$ отрицательный и не принадлежит области определения функции $R_1(x)$. Второй корень $x = x_2$ положительный, однако он, как нетрудно проверить, тоже не принадлежит к допустимым значениям, находясь правее интервала определения аргумента функции. Очевидно графиком $R_1(x)$ является часть параболы, ветви которой направлены вниз, а вершина расположена в точке $x = x^0$, т. е. в середине отрезка между корнями, а именно:

$$x^0 = \frac{1}{2} \left(eK_p - \frac{1}{A} \right) = \frac{eAK_p - 1}{2A}. \quad (15)$$

С учетом формулы (15) эта точка входит во множество допустимых значений аргумента x функции $R_1(x)$. Вычислим предельные значения $R_1(x)$ в граничных точках интервала существования функции. Имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +0} R_1(x) &= \frac{qp}{e} \lim_{x \rightarrow +0} (1 + Ax)(eK_p - x) = qpK_p; \\ \lim_{x \rightarrow eK_p - 1/A - 0} R_1(x) &= \frac{qp}{e} \lim_{x \rightarrow eK_p - 1/A - 0} (1 + Ax)(eK_p - x) = \\ &= \frac{qp}{e} \left(1 + A \left(eK_p - \frac{1}{A} \right) \right) \frac{1}{A} = \frac{qp}{e} eAK_p \frac{1}{A} = qpK_p. \end{aligned}$$

Схема графика функции $R_1(x)$ представлена на рис. 2, где кроме (15) используется обозначение (6), а именно $\bar{x} = eK_p - 1/A$.

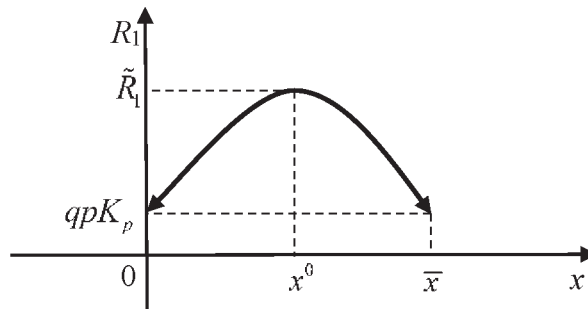


Рис. 2. Схема графика функции выручки $R_1 = R_1(x)$, $x = k_q$

Источник. Авторская разработка.

Вычислим наибольшее значение выручки $R_1(x)$ в зависимости от параметра управления x , которое достигается в точке вершины параболы $x = x^0$, определяемой формулой (15). Используя формулу (13), подставим сюда значение аргумента $x = x^0$. Тогда получим:

$$R_1(x^0) = \frac{qp}{e} \left(1 + A \frac{eAK_p - 1}{2A} \right) \left(eK_p - \frac{eAK_p - 1}{2A} \right) = \frac{qp}{e} \left(1 + \frac{eAK_p - 1}{2} \right) \left(\frac{eAK_p + 1}{2A} \right).$$

Отсюда следует искомое максимальное значение выручки $\tilde{R}_1 = \max_x R_1(x)$, где

$$\tilde{R}_1 = \frac{qp}{4Ae} (eAK_p + 1)^2, \quad e > \frac{1}{AK_p}. \quad (16)$$

Нетрудно видеть, что формула (16) может быть записана еще и в следующем виде:

$$\tilde{R}_1 = qpK_p + \frac{qp}{4Ae} (eAK_p - 1)^2, \quad e > \frac{1}{AK_p}. \quad (17)$$

Форма представления максимума (17) позволяет выделить величину прироста выручки при использовании ЭПР, а именно величину $qp(eAK_p - 1)^2 / 4Ae$.

Пример. Рассмотрим ситуацию некоторой фирмы со следующими численными данными: $q = 50$; $p = 1$; $K_p = 1,05$; $a = 0,2$ ($A = 0,8$). Для сравнения возьмем исходное значение выручки

$qPK_p = 52,5$. Численные результаты об изменении величины максимальной выручки в зависимости от значений параметра эластичности $e = 1,2$; $e = 2$; $e = 5$; $e = 10$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Изменение максимума выручки в зависимости от коэффициента эластичности e

Ценовая эластичность спроса, e	1,2	2	5	10
Первоначальная выручка, qPK_p	52,5	52,5	52,5	52,5
Величина прироста, $\frac{qP}{4Ae}(eAK_p - 1)^2$	0,0008	3,61	32	85,56
Сравнение с исходной выручкой, %	+0,0016	+6,88	+60,95	+162,98

Источник. Авторская разработка.

Как видим, максимум выручки предприятия существенно зависит от абсолютной величины коэффициента ценовой эластичности спроса на товар. Чем выше эластичность реализуемой продукции, тем выгоднее выбирать экстенсивный путь развития.

Таким образом, проведенный анализ функции выручки показывает, что у предпринимателя есть наилучший вариант ведения бизнеса при использовании ЭПР и он соответствует оптимальному значению коэффициента увеличения объема продаж k_q , равному величине (15). Величина (15) представляет собой принцип максимизации выручки ЭПР.

Следствия из принципа максимизации выручки ЭПР

Зная оптимальное значение коэффициента управления k_q (15), с одной стороны, и закономерности роста выручки ЭПР (2), с другой стороны, можно установить области определения для параметров e, A, K_p функции \tilde{R}_1 . Для этого подставим в условие (2) оптимальное значение (15). Тогда (2) преобразуется следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{eAK_p - 1}{2A} < eK_p - \frac{1}{A}, \\ K_p > 1, \quad 0 < A < 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{eAK_p - 1}{2A} < \frac{eAK_p - 1}{A}, \\ K_p > 1, \quad 0 < A < 1 \end{array} \right.,$$

Отсюда приходим к равносильной системе неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} eAK_p - 1 > 0, \\ K_p > 1, \\ 0 < A < 1 \end{array} \right. , \tag{18}$$

соответствующей условию достижения максимума выручки $R_1 = \tilde{R}_1$.

Для определения области допустимых значений параметров A, e и K_p будем так же, как и выше, использовать идею изучения выражения максимальной выручки, как функцию от одной из переменных при прочих равных условиях.

Зависимость от коэффициента эластичности спроса e . Пусть параметры A и K_p фиксированы, и в соответствии с (18) $K_p > 1, 0 < A < 1$. С учетом представления (16) рассмотрим нелинейную функцию

$$\tilde{R}_1(e) = \frac{qp}{4Ae} (eAK_p + 1)^2. \quad (19)$$

Область определения этой функции можно установить, воспользовавшись требованиями (18), из которых будем иметь:

$$e > \frac{1}{AK_p}. \quad (20)$$

Запишем функцию в виде

$$\tilde{R}_1(e) = \frac{qp}{4A} \left(e(AK_p)^2 + 2AK_p + \frac{1}{e} \right)$$

и вычислим для нее производные. Имеем:

$$\frac{d\tilde{R}_1(e)}{de} = \frac{qp}{4A} \left((AK_p)^2 - \frac{1}{e^2} \right); \quad \frac{d^2\tilde{R}_1(e)}{de^2} = \frac{qp}{2Ae^3} > 0.$$

Первая производная обращается в нуль в точках:

$$e_1 = -1/AK_p \text{ и } e_2 = 1/AK_p.$$

Обе эти точки не принадлежат области определения функции $\tilde{R}_1(e)$. Точка $e = e_2$, хотя и является положительной, однако располагается на границе области определения (20).

Более того, в области определения первая производная положительная, а значит, функция строго монотонно возрастает, а с учетом знака второй производной она имеет выпуклый график.

Вычислим предельные значения функции $\tilde{R}_1(e)$. Они равны:

$$\lim_{e \rightarrow \frac{1}{AK_p} + 0} \tilde{R}_1(e) = \lim_{e \rightarrow \frac{1}{AK_p} + 0} \frac{qp}{4Ae} (eAK_p + 1)^2 = qpK_p;$$

$$\lim_{e \rightarrow +\infty} \tilde{R}_1(e) = \lim_{e \rightarrow +\infty} \frac{qp}{4Ae} (eAK_p + 1)^2 = +\infty.$$

По результатам проведенных исследований схема графика функции $\tilde{R}_1(e)$ представлена на рис. 3.

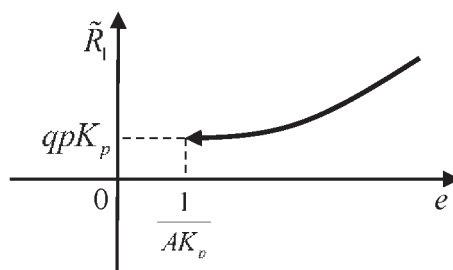


Рис. 3. Схема графика функции максимума выручки $\tilde{R}_1 = \tilde{R}_1(e), e > 1/AK_p$

Источник. Авторская разработка.

Согласно графику, выгода предпринимателя в результате наращивания производства увеличивается по мере роста ценовой эластичности спроса, то есть наиболее прибыльным для фирмы является расширение производства той товарной группы, спрос на которую меняется стремительно даже при небольшом изменении цены. Такими характеристиками обладают, например, легкозаменяемые товары.

Зависимость от коэффициента издержек a . В соответствии с формулой (19) рассмотрим нелинейную функцию

$$\tilde{R}_1(a) = \frac{qp}{4(1-a)e} (e(1-a)K_p + 1)^2.$$

Ее область определения задается условиями (18), из которых следуют равносильные соотношения:

$$\begin{cases} e(1-a)K_p - 1 > 0, \\ 0 < a < 1, \\ K_p > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1, \\ 1-a > \frac{1}{eK_p}, \\ K_p > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1, \\ a < 1 - \frac{1}{eK_p}, \\ K_p > 1 \end{cases}.$$

Область определения функции $\tilde{R}_1(a)$ подчиняется системе неравенств

$$\begin{cases} 0 < a < \frac{eK_p - 1}{eK_p}, \\ K_p > 1 \end{cases}.$$

Запишем функцию $\tilde{R}_1(a)$ в виде

$$\tilde{R}_1(a) = \frac{qp}{4e} \left((eK_p)^2(1-a) + 2eK_p + \frac{1}{1-a} \right)$$

и вычислим производные:

$$\frac{d\tilde{R}_1(a)}{da} = \frac{qp}{4e} \left(-(eK_p)^2 + \frac{1}{(1-a)^2} \right); \quad \frac{d^2\tilde{R}_1(a)}{da^2} = \frac{qp}{2e} \frac{1}{(1-a)^3} > 0.$$

Первая производная обращается в ноль, когда

$$1-a = \pm \frac{1}{eK_p} \Leftrightarrow a = 1 \pm \frac{1}{eK_p}.$$

Обе эти точки не принадлежат области определения функции $\tilde{R}_1(a)$. Ясно, что в области определения первая производная отрицательная. Следовательно, функция является строго монотонно убывающей, а с учетом знака второй производной она имеет выпуклый график.

Вычислим предельные значения:

$$\lim_{1-a \rightarrow 1/eK_p - 0} \tilde{R}_1(a) = \lim_{1-a \rightarrow 1/eK_p - 0} \frac{qp}{4(1-a)e} (e(1-a)K_p + 1)^2 = qpK_p;$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} \tilde{R}_1(a) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{qp}{4(1-a)e} (e(1-a)K_p + 1)^2 = \frac{qp}{4e} (eK_p + 1)^2.$$

График зависимости максимального значения выручки от параметра издержек представлен на рис. 4, где $\bar{a} = 1 - 1/eK_p$, $\tilde{R}_1(0) = qp(eK_p + 1)^2 / 4e$.

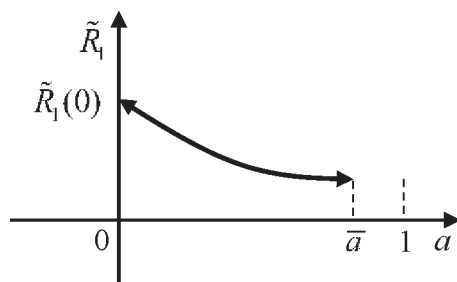


Рис. 4. Схема графика функции максимума выручки $\tilde{R}_1 = \tilde{R}_1(a)$, $0 < a < 1 - 1/eK_p$

Источник. Авторская разработка.

Как и ожидалось, ЭПР наиболее выгоден предпринимателю в том случае, если издержки производства дополнительной единицы продукции стремятся к нулю. Рост же показателя a снижает величину максимума выручки предприятия, и тем самым уменьшает выгоду фирмы от перехода к наращиванию производства.

Зависимость от темпа роста инфляции K_p . В соответствии с формулой (19) рассмотрим квадратичную функцию

$$\tilde{R}_1(z) = \frac{qp}{4Ae} (eAz + 1)^2,$$

где $z = K_p$. В соответствии с (18) ее область определения задается условиями

$$\begin{cases} eAz - 1 > 0, \\ z > 1, \\ 0 < A < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z > 1, \\ z > \frac{1}{eA}, \\ 0 < A < 1 \end{cases} . \quad (21)$$

Рассмотрим два случая в зависимости от соотношений между eA и 1.

1) Пусть $eA < 1$. Тогда область определения (21) задается неравенством $z > 1/eA$. Вычислим предельное значение функции максимума выручки для данного случая. Имеем:

$$R^* = \lim_{z \rightarrow \frac{1}{Ae} + 0} \tilde{R}_1(z) = \frac{qp}{4Ae} \lim_{z \rightarrow \frac{1}{Ae} + 0} (eAz + 1)^2 = \frac{qp}{Ae}, \text{ если } eA < 1.$$

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \tilde{R}_1(z) = +\infty.$$

Схемой графика функции $\tilde{R}_1(z)$ является часть параболы с вершиной в точке $z^0 = -1/Ae$, расположенной на оси Oz (рис. 5а).

2) Пусть теперь $eA > 1$. Тогда область определения (21) задается условием $z > 1$. Вычислим для этого случая предельные значения функции максимума выручки. Имеем:

$$R^{**} = \lim_{z \rightarrow 1 + 0} \tilde{R}_1(z) = \frac{qp}{4Ae} \lim_{z \rightarrow 1 + 0} (eAz + 1)^2 = \frac{qp}{4Ae} (eA + 1)^2, \text{ если } eA > 1;$$

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \tilde{R}_1(z) = +\infty.$$

Функция $\tilde{R}_1(z)$ является возрастающей и, очевидно, ее график представляет собой часть параболы с направленными вверх ветвями и вершиной в точке $z^0 = -1/Ae$ (рис. 5б).

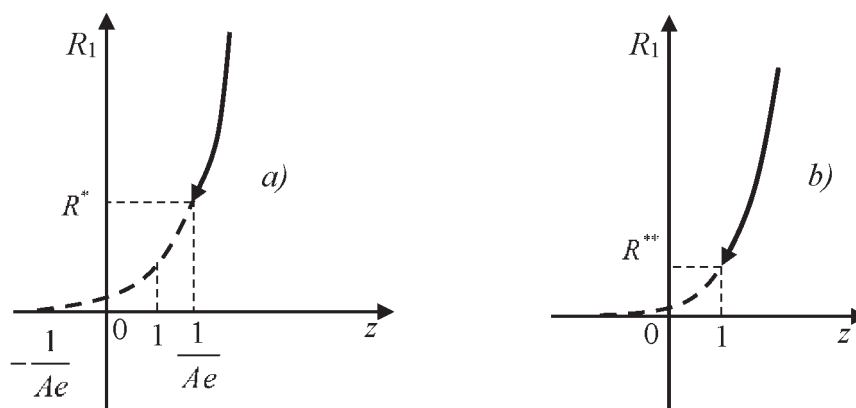


Рис. 5. Схема графика функции $\tilde{R}_1 = \tilde{R}_1(z)$, $z = K_p$
 а) при $eA < 1$; б) при $eA > 1$

Источник. Авторская разработка.

Как видим из полученных графиков, функция $\tilde{R}_1(z)$ является всегда строго монотонно возрастающей и выпуклой по переменной темпа роста инфляции. Однако предприниматель не может самостоятельно влиять на данный показатель, кроме того, рост темпа инфляции отражает увеличение лишь номинальной величины выручки, а не реальной, поэтому ориентация на показатель K_p при определении выгоды от перехода к ЭПР является нецелесообразной.

* * *

Наращивание объемов производства предприятия может привести как к увеличению выручки предпринимателя, так и к ее падению, что делает переход к экстенсивному пути развития нецелесообразным. В рамках исследования выявлены необходимые и достаточные условия роста выручки при ЭПР. В частности, выявлено, что изменение коэффициента ценовой эластичности спроса является наиболее значимым в рамках ЭПР (рис. 1), так как выручка реагирует на изменение данного показателя в большей степени, чем на изменение коэффициента увеличения объемов продаж. Это говорит о том, что наиболее выгодно для предпринимателя наращивать объемы производимой продукции, которая характеризуется высокой ценовой эластичностью спроса. При этом, максимизации выручки также способствуют минимальные значения коэффициента издержек производства дополнительной единицы продукции.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
(REFERENCES)**

Дахдужева К.Д. 2011. Проблемы и особенности разграничения экстенсивного и интенсивного путей развития производственного предприятия. *Транспортное дело России*. № 3. С. 101–102. [Dahdueva K.D. 2011. Problems and particularities of the delimitation of extensive and intensive ways of the development of the production enterprise. *Transportnoe delo Rossii*. No 3. PP. 101–102. (In Russ.)]

Овчинникова Л.А., Курбанов Д.М. 2017. Методические вопросы определения экстенсивного и интенсивного характера финансовых ресурсов. *Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Экономика и экологический менеджмент*. № 1. С. 89–97. [Ovchinnikova L.A., Kurbanov D.M. 2017. Methodical questions of definition extensive and intensive character of financial resources. *Nauchnyy zhurnal NIU ITMO. Seriya: Ekonomika i ekologicheskii menedzhment*. No 1. PP. 89–97. (In Russ.)]

Хапаев И.Б. 2013. Интенсификация сельскохозяйственного производства в условиях развития аграрного сектора на современном этапе рыночной экономики (теоретико-методологический обзор). *Вестник Уральского института экономики, управления и права*. № 3. С. 57–60. [Hapayev I.B. 2013. Intensification of agricultural production in the conditions of development of agrarian sector at the present stage of market economy (theoretical-methodological review). *Vestnik Ural'skogo instituta ekonomiki, upravleniya i prava*. No 3. PP. 57–60. (In Russ.)]

Хункаров А.С. 2003. Интенсификация как один из основных путей ускоренного экономического и социального развития республики. *Вопросы структуризации экономики*. № 4. С. 91–94. [Hunkarov A.S. 2003. Intensification as one of the main ways of accelerated economic and social development of the republic. *Voprosy strukturizatsii ekonomiki*. No 4. PP. 91–94. (In Russ.)]

In citation: *Belorusskiy Ekonomicheskii zhurnal*. 2020. No 1. PP. 123–137.

Belarusian Economic Journal. 2020. No 1. PP. 123–137.

**ON REGULARITIES OF INCOME GROWTH IN THE
CONTEXT OF ENTERPRISE'S EXTENSIVE DEVELOPMENT**

Katsiaryna Bahaliubskaya-Siniakova¹, Boris Kalitine¹

Author affiliation: ¹ Belarus State University (Minsk, Belarus).

Corresponding author: Katsiaryna Bahaliubskaya-Siniakova (katya_bglb@mail.ru).

ABSTRACT. The paper formulates criteria for the growth of enterprise's earning power with expanded production of output and sales. The results are obtained based on the study of the mathematical model of proceeds, which takes into account the following parameters: price, sales, coefficient of increase in sales, inflation growth rate, price elasticity of demand, and cost ratio of expanded production. The necessary and sufficient conditions for the model parameters are established, based on which formulated: are the principles of enterprise's proceeds growth and the principles of the proceeds maximization. The dynamics of optimal proceeds depending on the parameters of the model is studied, with their graphic illustration provided. Numerical examples of the established earning power criteria efficiency are presented.

KEYWORDS: sales volume, price, proceeds, elasticity, inflation.

JEL-code: C02, C65.

Received 19.02.2020

