БЕЛОРУССКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. 2026. № 3. С. 114–125.
Belarusian Economic Journal. 2026. No 3. PP. 114–125.

ФИНАНСОВАЯ ЭКОНОМИКА

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ ИНДЕКСА S&P 500 НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

О.А. Голда, Д.В. Сацута*

Аннотация. В статье представлено исследование по прогнозированию волатильности и цены индекса S&P 500 с использованием моделей временных рядов. Актуальность работы обусловлена высокой изменчивостью финансовых рынков и необходимостью точного моделирования для снижения инвестиционных рисков. Применены эконометрические методы ARMA, а также модели условной гетероскедастичности семейства GARCH, включая их асимметричные версии, такие как EGARCH, способные учитывать особенности распределения доходностей. Проведен анализ стационарности ряда с помощью теста Дики–Фуллера, выявлена условная гетероскедастичность остатков методом ARCH-LM, что оправдывает использование моделей GARCH. Особое внимание уделено сравнительному анализу моделей с различными предположениями о распределении ошибок – нормальным, Стьюдента и обобщенным распределением ошибок (GED). Лучшие показатели объяснительной способности и качества прогноза показала модель EGARCH с *t*-распределением ошибок. В работе продемонстрирована возможность краткосрочного прогноза значения индекса на основе комбинированной модели ARMA–EGARCH.

Ключевые слова: прогнозирование цены, S&P 500, эконометрические модели, GARCH, волатильность, ARMA, асимметричные модели, логарифмическая доходность, ARCH-эффект, EGARCH.

JEL-классификация: G17.

DOI: 10.46782/1818-4510-2026-3-114-125

Материал поступил 21.04.2026 г.

Введение

Оценка и прогнозирование значения и волатильности индекса S&P 500 является основной задачей для участников финансового рынка, так как индекс отражает общие тенденции экономики в США. Индекс S&P 500 охватывает акции 500 крупнейших публичных компаний США и служит одним из наиболее репрезентативных индикаторов состояния мирового фондового рынка. Динамика индекса влияет на пенсионные фонды, страховые резервы и инвестиционные портфели миллионов инвесторов по всему миру. Глобальные товарные рынки зависят от склонности американских инвесторов к риску, это является одной из причин колебаний индекса. В числе прочего можно также отметить широкое распространение долларовых инструментов в структуре международных резервов центральных банков. Значимость индекса не ограничивается рамками американской экономики, но распространяется на экономики многих стран – в том числе малых и с высокой степенью внешнеэкономической зависимости.

Период с 2020 по 2025 г. стал одним из самых сложных в истории фондовых рынков. Пандемия COVID-19 спровоцировала обвал индекса S&P 500 в феврале–марте 2020 г. более чем на 34% за рекордно короткий срок, а к августу его восстановление превысило максимальный уровень, который предшествовал пандемии. Геополитическая напряженность и энергетический кризис усилили неопределенность на рынке. В 2024–2025 гг. индекс вновь показал

* **Голда Ольга Алексеевна** (shpinyuk@gmail.com), кандидат экономических наук, доцент, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (Минск, Беларусь); https://orcid.org 0009-0003-6004-577X;
Сацута Дмитрий Владимирович, ООО «Белорусский межбанковский расчетный центр» (г. Минск, Беларусь)

Для цитирования: Голда О.А., Сацута Д.В. 2026. Прогнозирование волатильности индекса S&P 500 на основе моделей временных рядов. *Белорусский экономический журнал*. № 3. С. 114–125. DOI: 10.46782/1818-4510-2026-3-114-125

повышенную нестабильность. Все это делает задачу построения адекватных прогностических моделей волатильности критически важной как для управления рисками на уровне отдельного портфеля, так и для системной оценки стабильности финансовых рынков в целом.

Практическая значимость исследования сохраняется и в белорусском контексте, несмотря на отсутствие прямого участия страны в американском фондовом рынке. Колебания S&P 500 могут отражаться на внешнеэкономической среде через долларовые финансовые инструменты, динамику мировых товарных рынков и изменение глобального отношения инвесторов к риску. Для белорусской экономики это важно в связи с зависимостью от импорта, чувствительностью к валютным колебаниям и высокой ролью внешних рынков в формировании экспортной выручки. Еще одним каналом передачи внешних шоков выступает экономика России, с которой Беларусь поддерживает тесные торговые и финансовые связи. Поэтому анализ волатильности S&P 500 представляет интерес не только для международных инвесторов, но и для оценки внешних рисков, которые могут косвенно влиять на макроэкономическую устойчивость страны. Отдельного внимания заслуживает проблема экспорта. Калийные удобрения, которые являются одной из важных статей белорусского экспорта, реализуются на мировом рынке, где спрос во многом зависит от общего состояния мировой экономики и деловой активности. Эти процессы в определенной степени отражаются и в динамике индекса S&P 500. Кроме того, рост волатильности на американском фондовом рынке обычно сопровождается увеличением глобальных рисковых премий. Это, в свою очередь, может приводить к удорожанию внешнего финансирования и затруднять рефинансирование обязательств компаний. По этой причине надежные прогнозы волатильности S&P 500 представляют практический интерес для различных белорусских экономических участников, включая органы государственного управления, экспортно ориентированные предприятия и коммерческие банки, использующие такие оценки при анализе финансовых и рыночных рисков.

В условиях повышенной рыночной изменчивости особое значение приобретают методы, позволяющие учитывать не только динамику среднего уровня доходности, но и изменение дисперсии во времени. Для решения этой задачи в финансовой эконометрике широко применяются модели семейства GARCH, включая их асимметричные модификации, которые способны отражать различную реакцию волатильности на положительные и отрицательные рыночные шоки. Использование таких моделей особенно полезно при анализе фондовых индексов, для которых характерны кластеризация волатильности, тяжелые хвосты распределения и нестабильность разброса наблюдений. Современные вычислительные средства и статистические библиотеки позволяют реализовать несколько альтернативных спецификаций, сопоставить их по формальным критериям и выбрать наиболее подходящий вариант для конкретной выборки. В рамках настоящего исследования этот подход используется для оценки волатильности индекса S&P 500 и получения краткосрочного прогноза, который может быть полезен при анализе рыночного риска и интерпретации поведения индекса.

Целью данной работы является разработка и верификация комбинированной эконометрической модели для краткосрочного прогнозирования значения и волатильности индекса S&P 500. Реализация поставленной цели требует решения следующих задач: анализ свойств временного ряда дневной логарифмической доходности индекса (стационарность, распределение, автокорреляционная структура); идентификация и оценка параметров модели ARMA; выявление ARCH-эффектов и построение моделей условной гетероскедастичности (GARCH, TGARCH, EGARCH) с различными предположениями о распределении ошибок; сравнительный анализ моделей по информационным критериям и выбор наилучшей спецификации; получение точечных прогнозов волатильности и значения индекса на краткосрочную перспективу.

Анализ последних достижений и публикаций

Модели ARIMA традиционно рассматриваются как один из базовых инструмен-

тов анализа финансовых временных рядов, в том числе при исследовании динамики фондовых индексов. В работе (Dun, 2023) показано, что после первого дифференцирования ряд значений S&P 500 становится стационарным, а модель ARIMA(1,1,1) может использоваться для краткосрочного прогнозирования с достаточно высокой точностью. Автор также отмечает, что сезонная компонента в рассматриваемом ряду выражена слабо, что упрощает процедуру спецификации модели и позволяет сосредоточить внимание на авторегрессионной и скользящей составляющих. Этот результат подтверждает целесообразность применения классических моделей временных рядов как начальной точки для дальнейшего анализа структуры доходностей и перехода к моделям волатильности.

В 2024 г. Федеральная резервная система США создала макроэкономическую схему, которая объясняет значительную часть колебаний значений S&P 500 через такие макроэкономические показатели, как валовый внутренний продукт, инфляционные процессы и курс национальной валюты. Сравнение прогнозов аналитиков с результатами модели помогает достигать точности прогнозных ошибок около 75% (Hyndman, Athanasopoulos, 2013). В экспериментах с методами LSTM и градиентного бустинга (GB) лучше проявил себя последний: ошибка RMSE у GB оказалась на 15% ниже, а инвестиционные портфели на его основе дали дополнительную доходность в 3,2%. Использование технических индикаторов (например, RSI и MACD) положительно сказывается на результатах обеих моделей, в то время как применение метода главных компонент ухудшает качество предсказаний (Sharpe, Gil de Rubio Cruz, 2024).

При моделировании волатильности S&P 500 асимметричные версии моделей GARCH показывают высокую результативность, особенно в периоды сильных рыночных потрясений. По данным исследования N. Marisetty (Marisetty, 2024), проведенного на выборке с 2004 по 2023 г., модель TGARCH наиболее эффективно отображает левередж-эффект на индексах FTSE 100 и Hang Seng, а модель APARCH лучше подходит для анализа S&P 500 благодаря чувствительности к прошлым воздействиям. Согласно автору, модели EGARCH и GJR-GARCH прогнозируют экстремальные скачки волатильности с точностью на 18–25% выше в кризисные промежутки, включая финансовый кризис 2008 г. и пандемию COVID-19, за счет дифференцированного влияния положительных и отрицательных факторов на динамику рынка (Marisetty, 2024).

Несмотря на значительное число исследований, посвященных моделированию индекса S&P 500, ряд вопросов остается открытым. В частности, недостаточно изучено, как асимметричные модели GARCH ведут себя на сравнительно коротких выборках в условиях повышенной текущей волатильности. Кроме того, представляет интерес совместное использование моделей ARMA и EGARCH для одновременного прогнозирования доходности и условной дисперсии на актуальных данных 2024–2025 гг. В связи с этим наше исследование было ориентировано на сравнительную оценку нескольких спецификаций моделей волатильности и выбор наиболее подходящего варианта для краткосрочного прогноза.

Одним из ключевых эмпирических («стилизованных») фактов финансовых данных являются так называемые стилизованные факты (stylized facts), сформулированные Контом и Франчезом в 2000 г. К ним относятся: островершинность распределения доходностей, асимметрия откликов (левередж-эффект), кластеризация волатильности (высокая волатильность сменяется высокой), долгосрочная память абсолютных доходностей и отсутствие линейной автокорреляции в доходностях. Модели GARCH-класса специально разрабатывались для воспроизведения этих свойств. Важной практической задачей при выборе распределения является вопрос адекватного моделирования хвостов распределения: переоценка вероятностей экстремальных событий при использовании нормального распределения приводит к систематическому занижению показателей VaR и ES, что недопустимо в целях адекватного управления рисками.

Описание процесса моделирования

В работе использовались данные с основными рыночными показателями (Dun, 2023) (табл. 1) индекса за 2025 г. (рис. 1).

Таблица 1

Идентификация переменных

Идентификатор	Описание	Классификация по характеру
Date	Дата предоставления информации по ценам	Качественная
Close	Цена закрытия	Количественная
High	Пик цены акции	Количественная
Low	Минимум цены акции	Количественная
Open	Цена открытия	Количественная

Источник. Составлено авторами по (Dun V., 2023).

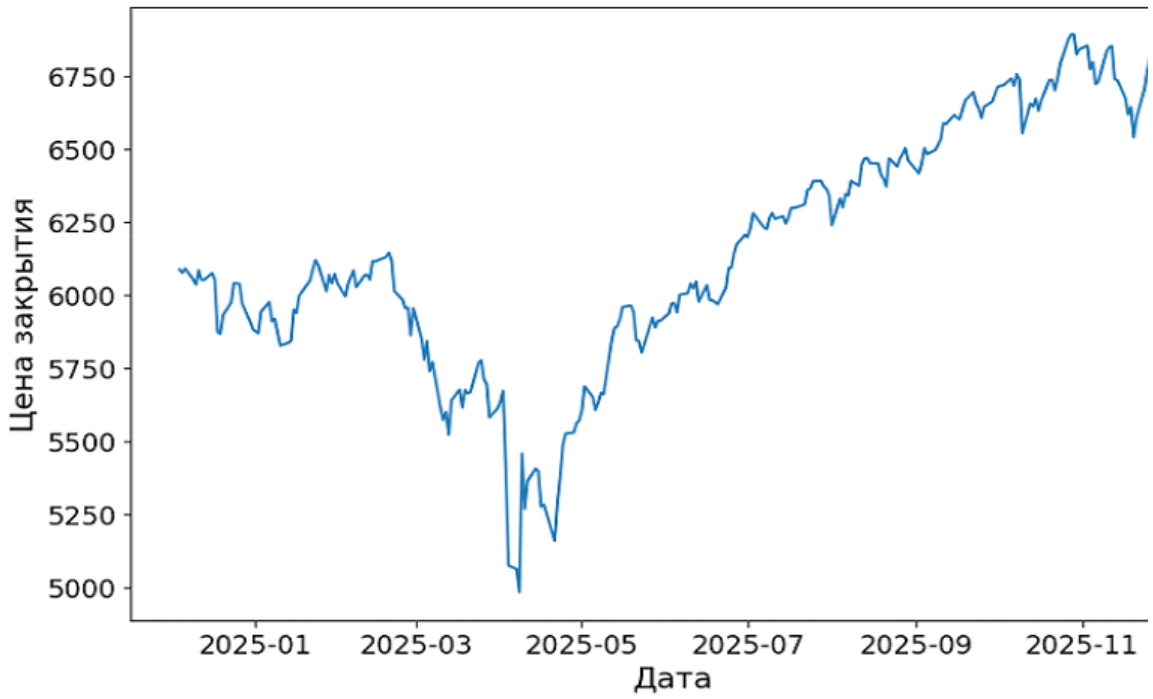


Рис. 1. Динамика изменения цены индекса

Источник. Авторская разработка.

Выборка охватывает период с 3 декабря 2024 по 3 декабря 2025 г. включительно и содержит 251 торговый день – полный годовой цикл биржевых сессий NYSE. Данный период отличается повышенной нестабильностью, торговыми ограничениями и геополитическими факторами, что делает его особенно репрезентативным для тестирования моделей волатильности. Перед анализом данные прошли этап очистки и проверки на пропуски: выходные и праздничные дни исключены, пропущенных значений в рабочих сессиях не обнаружено.

Главным объектом исследовательского интереса был ряд цен закрытия, так как именно он наиболее полно отражает динамику индекса (рис. 1).

Для проведения исследования использовались данные о дневной логарифмической доходности индекса, которую вычисляют по следующей формуле (Трифонов, Крицкий, Бельснер, 2012):

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right). \quad (1)$$

Под доходностью понимается показатель, отражающий средний процент изменения стоимости индекса за определенный период времени. Логарифмическая доходность удобна для анализа и моделирования, поскольку она более устойчиво отражает проценты изменений и обеспечивает математическую простоту при вычислениях и статистической обработке данных.

Кроме того, логарифмические доходности обладают свойством аддитивности во времени: суммарная многодневная доходность равна сумме дневных логарифмических доходностей, что существенно упрощает анализ. В отличие от арифметической доходности, логарифмическая доходность симметрична относительно нуля, что упрощает построение двусторонних тестов и интерпретацию доверительных интервалов. Графическое представление дневной логарифмической доходности за анализируемый период представлено на рис. 2.

На представленном графике отчетливо просматриваются колебания с приблизительной амплитудой около 1% как в положительном, так и в отрицательном направлении на протяжении всего изучаемого периода.

После получения описательных статистик ряда особое внимание стоит уделить показателям асимметрии и эксцесса.

Показатель асимметрии составил 0,66, что говорит о наличии асимметрии, наблюдается склонность к более частым крупным ростам цены по сравнению с падениями, что отражает скошенность распределения вправо. Показатель эксцесса, как и свойственно финансовым временным рядам, намного превышает нормальное значение, равное 3, а именно: имеет значение 16,12. Можно утверждать, что распределение ряда доходности из выборки не подчиняется нормальному закону распределения. В связи с этим в дальнейшем анализе будет уделено особое внимание выбору подходящего распределения. Проверим ряд на стационарность при помощи расширенного теста Дики–Фуллера (Трифонов, Крицкий, Бельснер, 2012).

На основании полученных результатов теста можно заключить, что нулевая гипотеза отвергается на всех уровнях значимости, что свидетельствует о стационарности временных рядов доходности фондового индекса S&P 500. Тестовая статистика составила -9,938, что значительно превышает по абсолютной величине критические значения: -3,457 при уровне значимости 1%, -0,873 при 5% и -2,573 при 10%. Таким образом, нулевая гипотеза о наличии единичного корня отве=ргается с вероятностью ошибки менее 0,01%, что однозначно подтверждает стационарность исследуемого ряда логарифмических доходностей. Это ожидаемый результат: хотя ряд уровней цен индекса нестационарен, их логарифмические первые разности (т. е. доходности) практически всегда оказываются стационарными.

Далее выполнено разложение временного ряда на его детерминированные компоненты, что представлено на рис. 3.

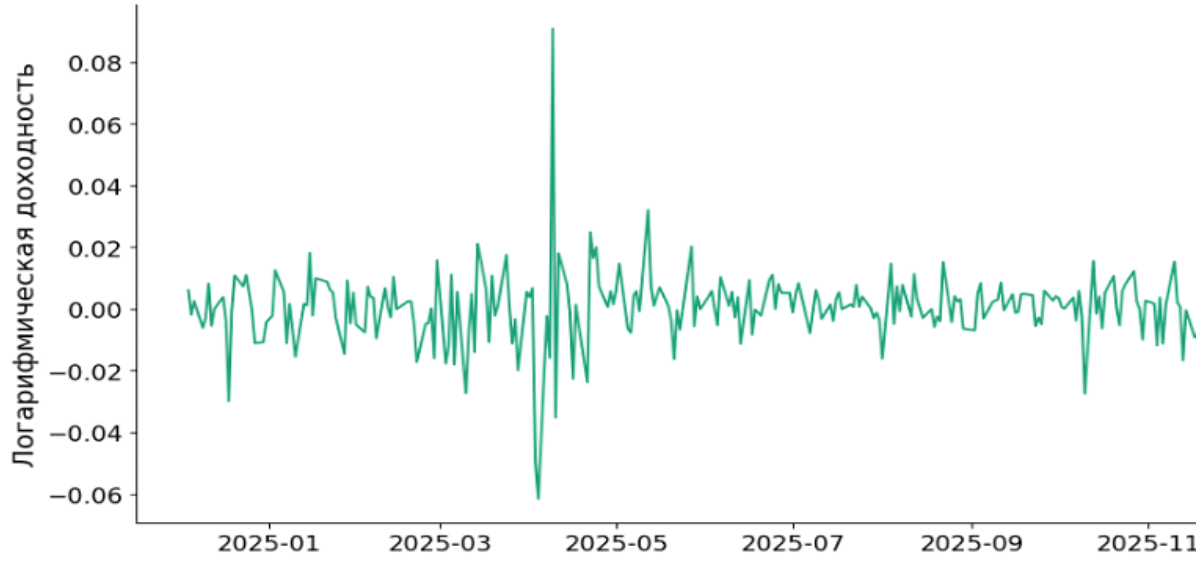


Рис. 2. Динамика доходности S&P 500 за 2025 г.

Источник. Авторская разработка.

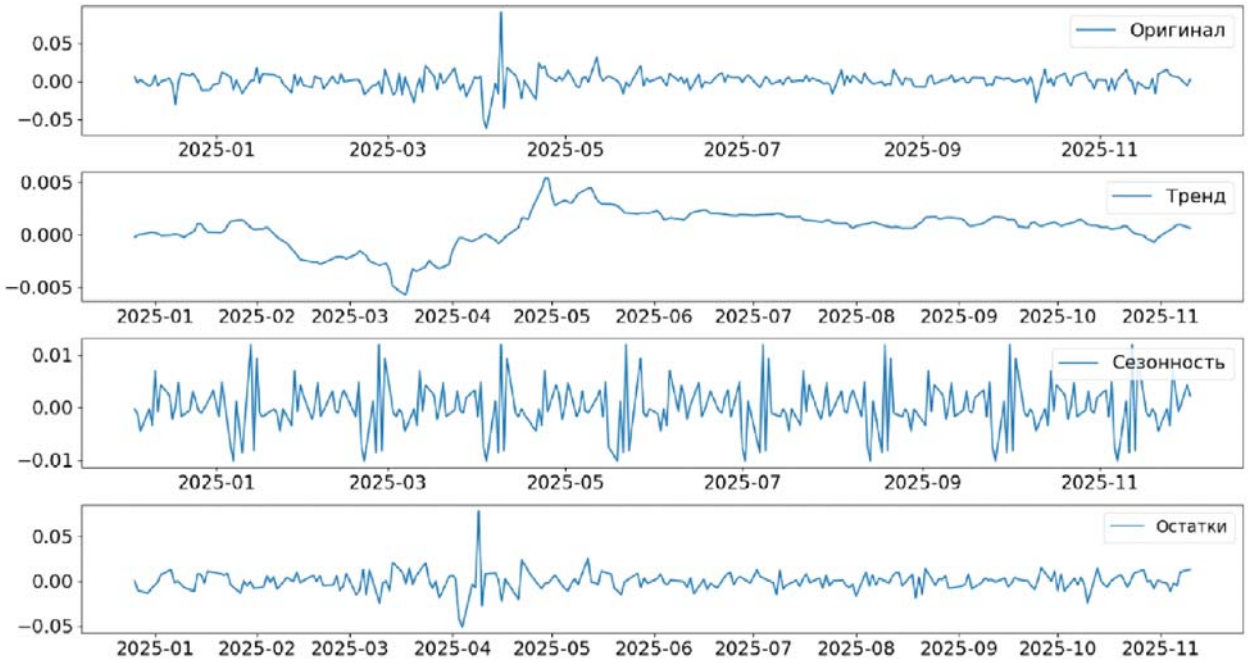


Рис. 3. Визуализация разложения временного ряда на детерминированные составляющие

Источник. Авторская разработка.

На первом графике показан оригинальный ряд. При рассмотрении второго графика можно отметить отсутствие выраженного тренда в данном временном ряду. На третьем графике отчетливо прослеживается сезонный компонент, что указывает на повторяющиеся закономерности, возникающие через определенные интервалы времени. Для стационарных временных рядов характерно, что сезонность сохраняет неизменность по амплитуде и частоте колебаний, это подтверждается наблюдениями на графике. Четвертый график демонстрирует, что остатки ряда обладают свойством стационарности.

Следующим этапом моделирования становится подбор оптимальной структуры модели, который выполняется на основе анализа автокорреляционной (ACF) и частной автокорреляционной (PACF) функций. Этим методом определяется, какие временные задержки (лаги) наиболее значимы для построения адекватной модели. На основе коррелограммы для индекса устанавливаются ключевые параметры модели, обеспечивающие точное описание динамики временного ряда. ACF измеряет корреляцию ряда с его собственными прошлыми значениями при всех промежуточных лагах, тогда как PACF выражает корреляцию с лагом k, очищенную от влияния лагов 1, 2, ..., k-1. Согласно методологии Бокса и Дженкинса: если ACF экспоненциально затухает, а PACF резко обрывается на лаге p, это свидетельствует о чистой авторегрессионной структуре AR(p); если PACF затухает экспоненциально, а ACF обрывается на лаге q – об MA(q)- процессе; одновременно затухающие ACF и PACF указывают на смешанный ARMA(p, q). На основе коррелограммы для индекса устанавливаются ключевые параметры модели, обеспечивающие точное описание динамики временного ряда.

Для выбора оптимальной модели ARMA в данном исследовании использовались критерии информационного характера – Акаике (AIC), Шварца (BIC) и Ханна–Куина (HQ), при этом предпочтение отдавалось моделям с минимальными значениями этих показателей. Дополнительно учитывался максимальный показатель функции правдоподобия (Log likelihood) как индикатор качества модели. В ходе построения различных моделей выяснилось, что претенденты с большими порядками авторегрессии и скользящего среднего, такие как AR(5), MA(5), AR(6), MA(6), включали па-

раметры, не обладающие статистической значимостью, а общие показатели модели оставляли желать лучшего. В то же время анализ позволил выявить тенденцию к успешности комбинированной модели ARMA(1,3), которая и была выбрана как наиболее адекватная, поскольку продемонстрировала лучшие результаты по выбранным критериям.

Анализируя результаты модели ARMA(1,3), она же модель SARIMAX(ARI MA(1,0,3)) для выбранного временного ряда, можно сделать следующие выводы:

1. Для константы *p*-значение составляет 0,646, что указывает на ее статистическую незначимость.

2. Коэффициенты AR(1) и MA(1), MA(2), MA(3) являются статистически значимыми с *p*-значениями менее 0,05.

3. Значение sigma2 очень маленькое (0,0001), что указывает на низкую остаточную дисперсию модели.

4. Тест Ljung-Box (Q) на лаге 1 дает значение 0,01 с вероятностью (*p*-value) 0,94, что говорит об отсутствии автокорреляции остатков.

5. Тест Джарка–Бера (Jarque-Bera, JB) равен 1272,11 с *p*-значением 0,00, что указывает на существенное отклонение распределения остатков от нормального.

6. Тест на гетероскедастичность (*H*) показывает значение 0,29 с *p*-value 0,00, что свидетельствует о наличии неоднородности дисперсии остатков (гетероскедастичности).

В целом, данные результаты свидетельствуют о необходимости учитывать нередко встречающиеся возмущения и нестандартное поведение остатков в моделях.

Перед тем, как перейти к построению моделей ARCH/GARCH, важно убедиться в присутствии ARCH-эффектов в остатках ранее разработанной модели ARMA. В соответствии с базовым предположением моделей ARCH/GARCH, остатки модели ARMA не должны демонстрировать взаимную корреляцию, однако квадраты этих остатков должны содержать значимую корреляцию, что указывает на условную гетероскедастичность. Для выявления ARCH-эффектов применяется тест ARCH-LM на остатках модели.

Результаты теста на условную гетероскедастичность ARCH показывают следующее:

1. Значение *F*-статистики составляет 13,05, что является достаточно высоким.

2. Вероятность (*p*-значение) для *F*-теста равна практически нулю, что указывает на статистическую значимость результата.

3. Значение *Obs*R*-squared равно 87,0543, что также свидетельствует о сильном эффекте.

4. Вероятность для теста хи-квадрат также равна нулю, подтверждая наличие условной гетероскедастичности.

Таким образом, нулевая гипотеза о гомоскедастичности отвергается, что говорит о явном присутствии эффекта изменяющейся во времени дисперсии в остатках модели. Это подтверждает необходимость применения ARCH- или GARCH-моделей для учета волатильности. Для исследуемого индекса осуществим построение трех моделей (GARCH, TARCH, EGARCH) с максимальным количеством запаздываний, равным 3.

Как отмечалось ранее, анализ распределения остатков модели ARMA выявил выраженную островершинность, указывающую на наличие тяжелых хвостов в данных. Для корректного учета этих особенностей были протестированы модели с разными предположениями о распределении ошибок: нормальным, распределением Стьюдента и обобщенным распределением ошибок (GED). На рис. 4 представлены результаты применения модели EGARCH с *t*-распределением, которая показала наилучшие характеристики.

Модель среднего (Mean Model) предполагает наличие константы (Constant Mean) с положительным значением коэффициента, равным 1,2980e-03, который статистически значим (p = 0,004486), что указывает на небольшой положительный тренд в среднем значении доходностей.

В модели волатильности (Volatility Model) параметры:

- omega (константа волатильности) равна -0,6048 и статистически незначима (p = 0,129), это означает, что базовый уровень логарифма волатильности не имеет значимого влияния;

- alpha – коэффициент эффекта шока равен 0,5021, при этом p-значение < 0,05, это делает его статистическую значимость уверенной;

- beta[1] – коэффициент ARCH-эффекта равен 0,3426 и статистически значим ($p < 0{,}001$);

- beta[3] – коэффициент GARCH-эффекта равен 0,5858 и пограничо значим ($p = 0{,}05186$). Сумма значимых коэффициентов эффектов шока и прошлой волатильности близка к единице, что указывает на высокую устойчивость (инерционность) волатильности;

- beta[2] – коэффициент с лагом 2 статистически незначим ($p = 1{,}000$), и его следует исключить как избыточный.

Параметр nu, отвечающий за форму *t*-распределения Стьюдента, равен 3,7409 и также статистически значим ($p < 0{,}001$). Значение 3,74 значительно меньше 30, что подтверждает наличие тяжелых хвостов в доходностях, и *t*-распределение корректно это моделирует.

Модель достигла значения логарифма правдоподобия Log-Likelihood = 819,027 и показывает хорошие информационные критерии: AIC = −1624,05 и BIC = −1599,43, что говорит о высоком качестве подгонки модели к данным.

Таким образом, полученная модель EGARCH со стандартизированным *t*-распределением Стьюдента является наиболее адекватной, поскольку она хорошо описывает динамику доходностей, успешно учитывает условную гетероскедастичность, асимметрию (левередж-эффект) и специфику ненормального распределения отклонений. Для того чтобы выбрать лучшую модель, все показатели полученных моделей, на которые необходимо опираться при принятии решения, были занесены в сводную табл. 2.

Приведенные данные представляют сравнительную характеристику различных моделей GARCH с разными типами распределений ошибок: нормальным, распределением Стьюдента и обобщенным распределением ошибок (GED).

Анализ табл. 2 позволяет сформулировать ряд важных выводов о сравнительных преимуществах рассмотренных спецификаций:

• переход от нормального распределения к распределению Стьюдента или GED последовательно улучшает все информационные критерии для моделей TGARCH и EGARCH. Это подтверждает, что наблюдаемая островершинность доходностей (эксцесс 16,12) принципиально важна для адекватного описания данных: нормальное распределение систематически недооценивает вероятность экстремальных событий. Нормальное распределение в модели GARCH(1,3) приводит к заведомо худшей подгонке по всем критериям;

• асимметричные модели TGARCH и EGARCH последовательно превосходят симметричную модель GARCH по критериям AIC и BIC при прочих равных условиях. Это свидетельствует о наличии статистически значимого левередж-эффекта в исследуемых данных: отрицательные шоки действительно генерируют бо́льшую волатильность;

Таблица 2

Результирующие показатели моделей

	Нормальное распределение	Распределение Стьюдента	Обобщенное распределение ошибок
GARCH(1,3)			
Log-Likelihood	797,569	-44,351	809,928
AIC	-1583,140	102,704	-1605,860
BIC	-1562,030	127,326	-1581,230
TGARCH(1,3)			
Log-Likelihood	804,122	625,626	815,198
AIC	-1594,240	-1235,250	-1614,400
BIC	-1569,620	-1207,110	-1586,260
EGARCH(1,3)			
Log-Likelihood	801,751	819,027	816,566
AIC	-1591,500	-1624,050	-1619,130
BIC	-1570,400	-1599,430	-1594,510

Источник. Авторская разработка.

• максимальный Log-Likelihood достигается при использовании модели EGARCH(1,3) с распределением Стьюдента – 819,027. При этом показатель AIC минимален для этого же варианта: – 1624,05, что свидетельствует о наилучшем качестве подгонки модели к данным и оптимальном балансе между объясняющей силой и сложностью. Модель EGARCH выигрывает у TGARCH также благодаря логарифмической параметризации, которая обеспечивает более гибкое моделирование нелинейных взаимодействий между шоками и уровнем волатильности.

Коэффициент детерминации R-squared для всех моделей равен 0,000, что является типичным явлением для моделей волатильности и означает, что модель не объясняет вариабельность логарифмической доходности, а сосредоточена на моделировании условной дисперсии.

Точечный прогноз конкретных значений волатильности с использованием модели EGARCH (Экспоненциальная обобщенная авторегрессионная условная гетероскедастичность) основывается на исторических данных о доходности (Sharpe, Gil de Rubio Cruz, 2024) и иллюстрируется на рис. 4).

На графике отчетливо видно, что волатильность находится на высоком и стабильном уровне, колеблясь около 0,26 (или 26%). Высокая волатильность свидетельствует о значительной неопределенности или повышенном риске на рынке в этот период. Рынок испытывал большие ежедневные колебания цен. В начале августа волатильность начинает резко снижаться и в сентябре происходит обвальное падение волатильности до уровня приблизительно 0,125. Минимум достигается в октябре. Столь резкое и значительное падение исторической волатильности указывает на резкое снижение неопределенности и риска на рынке, что может быть связано с отсутствием важных новостей, когда инвесторы перестали ожидать значительных ценовых колебаний. К концу года наблюдается постепенный рост. Это может сигнализировать о медленном возвращении некоторой неопределенности или о том, что инвесторы начинают закладывать в цены будущие риски, связанные с концом года.

Можно предположить, что ожидаемое стандартное отклонение доходности в предстоящем периоде составит около 0,95%. Данный показатель является оценкой условной

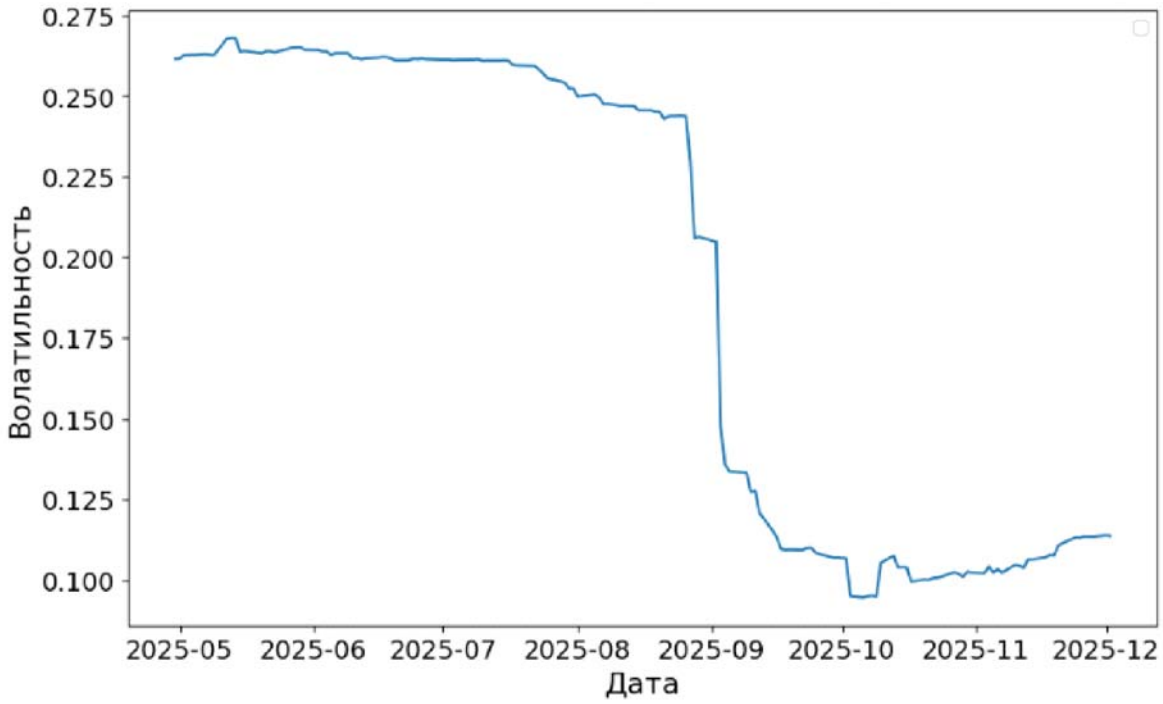


Рис. 4. Годовая оцененная волатильность индекса S&P 500

Источник. Авторская разработка.

волатильности на один торговый день вперед. Для перевода в годовое выражение применяется стандартная процедура масштабирования: дневная волатильность умножается на квадратный корень из числа торговых дней в году. Однако важны не только показатели волатильности, которые отражают риск, но и прогнозируемая доходность и цена. Для прогноза индекса используется сочетание моделей ARMA(1,3) и EGARCH(1,3). В частности, прогнозирование дневной логарифмической доходности выполняется с помощью модели ARMA.

На основе данных, полученных в результате построения комбинированной модели ARMA(1,3)–EGARCH(1,3), выполняются необходимые преобразования для расчета индекса.

Согласно прогнозным данным модели, если значение индекса 3 декабря 2025 г. составит 6829,37 долл., то уже на следующий день его значение возрастет до 6877,68 долл. Это соответствует увеличению индекса на 48,31 долл. за одни сутки, или приросту примерно на 0,7%.

Важным этапом исследования является не только выбор модели с наилучшими статистическими характеристиками, но и интерпретация полученных результатов с точки зрения свойств самого финансового ряда. Для доходностей фондовых индексов характерны резкие колебания, асимметрия распределения и наличие периодов, в течение которых высокая волатильность сохраняется на протяжении нескольких последовательных наблюдений. Именно поэтому при анализе подобных данных недостаточно использовать только модели среднего значения, так как они не позволяют описать изменчивость дисперсии во времени. Применение моделей GARCH-класса дает возможность учитывать данный эффект и тем самым более адекватно описывать структуру финансового временного ряда. Кроме того, сравнение симметричных и асимметричных спецификаций важно потому, что реакция рынка на негативные и позитивные шоки, как правило, различается. Для фондовых индексов отрицательные события обычно сопровождаются более сильным ростом неопределенности, чем положительные изменения той же величины. В этом смысле выбор модели EGARCH представляется экономически обоснованным, поскольку она позволяет учитывать такую асимметрию не только формально, но и содержательно, связывая статистический результат с реальным поведением рынка.

Заключение

Проведенное исследование по прогнозированию индекса S&P 500 показало высокую эффективность применения комбинированной модели ARMA(1,3)–EGARCH(1,3) с *t*-распределением ошибок. Анализ результатов демонстрирует, что данная модель способна адекватно учитывать особенности динамики доходности и волатильности, включая асимметричные эффекты. Полученные прогнозы свидетельствуют о возможности точного предсказания как колебаний волатильности, так и изменения индекса на краткосрочную перспективу. Особое внимание уделено влиянию отрицательных доходностей на волатильность, что подтверждает необходимость использования моделей с условной гетероскедастичностью для более глубокого понимания рыночных рисков.

Сравнительный анализ трех классов моделей условной гетероскедастичности (GARCH, TGARCH, EGARCH) на данных индекса S&P 500 за 2025 г. однозначно указывает на превосходство асимметричной логарифмической спецификации EGARCH с распределением Стьюдента: эта модель демонстрирует максимальное значение Log-Likelihood (819,027), минимальный AIC (-1624,05) и BIC (-1599,43) среди всех рассмотренных вариантов. Статистически значимый параметр nu = 3,74 подтверждает наличие тяжелых хвостов в распределении доходностей, а умеренное значение параметра асимметрии $\alpha = 0{,}5021$ документирует левередж-эффект, типичный для американского рынка акций. Близость суммы ARCH- и GARCH-коэффициентов к единице свидетельствует о высокой инерционности волатильности: шоки затухают медленно, и прогнозная волатильность на несколько дней вперед сохраняет значительный вклад текущих условий.

Одним из ограничений модели является то, что выборка ограничена одним годом (251 торговый день), это затрудняет оценку поведения модели в различных фазах эко-

номического цикла. Результаты моделирования получены на данных за конкретный период (декабрь 2024 – декабрь 2025 г.) с характерной для него структурой волатильности, которая обусловлена специфическими макроэкономическими условиями, и их непосредственная экстраполяция на другие периоды требует дополнительной валидации.

Что же касается дальнейших исследований, то перспективными направлениями развития представленного подхода являются: расширение временного интервала наблюдений; сравнение эконометрических моделей GARCH-класса с моделями на основе глубокого обучения – LSTM и их комбинациями.

Полученные результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях волатильности финансовых индексов, а также при разработке прикладных инструментов краткосрочной оценки рыночного риска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

Асатуров К.Г., Теплова Т.В. 2014. Эффекты перетекания волатильности и заражения на фондовых рынках: определение глобальных и локальных лидеров. *Вестник Московского университета. Серия 6: Экономика*. № 5. С. 3–24. [Asaturov K.G., Teplova T.V. 2014. Volatility Spillover and Contagion Effects on Stock Markets: Global and Local Leaders Determination. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 6: Economika*. No 5. PP. 3–24. (In Russ.)]

Трифонов А.Ю., Крицкий О.Л., Бельснер О.А., 2012. Модель динамических корреляций: общее приложение к исследованию финансовых рынков. *Экономический анализ: теория и практика*. № 3 (39). С. 58–62. [Trifonov A.Yu., Kritskiy O.L., Bel'sner O.A. 2012. Dynamic Correlation Model: General Application to the Study of Financial Markets. *Economicheskiy analiz: teoriya i praktika*. No 3(39). PP. 58–62. (In Russ.)]

Dun V. 2023. Analysis and Forecasting the Price of The S&P 500 Index Using the ARIMA Model. *Institutions and Risks*. Vol. 7. Iss. 4. URL: https://armgpublishing.com/wp-content/uploads/2024/01/FMIR_4_2023_10.pdf

Hyndman Rob J., Athanasopoulos G. 2013. *Forecasting: Principles and Practice*. Melbourne, 2013. 292 c.

Marisetty N. 2024. Applications of GARCH Models in Forecasting Financial Market Volatility: Insights from Leading Global Stock Indexes. *Asian Journal of Economics, Business and Accounting*. Vol. 24. Iss. 9. PP. 63–84. DOI: 10.9734/ajeba/2024/v24i91477

Sharpe S.A., Gil de Rubio Cruz A. 2024. Predicting Analysts' S&P 500 Earnings Forecast Errors and Stock Market Returns using Macroeconomic Data and Nowcasts. Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System. P. 32. (Finance and Economics Discussion Series. No 2024-049) DOI: 10.17016/FEDS.2024.049

S&P 500 INDEX VOLATILITY FORECASTING USING TIME SERIES MODELS

Olga Golda[1] (https://orcid.org 0009-0003-6004-577X)
Dmitriy Satsuta[2]

[1] Belarusian State University of Informatics and Radioelektronics (Minsk, Belarus).

[2] JSC «Belarus Interbank Settlement Center» (Minsk, Belarus).

Corresponding author: Olga Golda (shpinyuk@gmail.com).

ABSTRACT. The article presents a study on forecasting the volatility and price of the S&P 500 index using time series models. The relevance of the work is driven by the high volatility of financial markets and the need for accurate modeling to mitigate investment risks. Econometric methods such as ARMA, as well as conditional heteroskedasticity models of the GARCH family, including their asymmetric versions like EGARCH, capable of accounting for the specifics of return distributions, were applied. An analysis of the series' stationarity was conducted using the Dickey–Fuller test, and conditional heteroskedasticity of the residuals was detected using the ARCH-LM method, which justifies the use of GARCH models. Special attention is given to a comparative analysis of models with different assumptions about error distribution-normal, Student's *t*, and Generalized Error Distribution (GED). The EGARCH model with a Student's *t*-error distribution demonstrated the best explanatory power and forecast quality. The work demonstrates the possibility of short-term index value forecasting based on a combined ARMA–EGARCH model.

KEYWORDS: price forecasting, S&P 500, econometric models, GARCH, volatility, ARMA, asymmetric models, log returns, ARCH effect, EGARCH.

JEL-code: G17.

DOI: 10.46782/1818-4510-2026-3-114-125

Received 21.04.2026

In citation: Golda O., Satsuta D. 2026. S&P 500 Index Volatility Forecasting Using Time Series Models. *Belorusskiy ekonomicheskiy zhurnal*. No 3. PP. 114–125. DOI: 10.46782/1818-4510-2026-3-114-125 (In Russ.)